

# 7.1 健康减肥——节食与运动

## 39岁女明星被爆因减肥而晕倒，还曾出现“高原反应”，比刘诗诗还拼

播报文章



¥139  
芊芊堂代餐汤速食代餐低高蛋白速食...

京东



¥168  
康比特压缩饼干90压缩干粮口粮户外...

京东



¥179  
芊芊堂代餐套粉饼干低速食...

京东

### 减肥过度会导致什么病

2019-12-30 18:59 | 收听: 38584

手机浏览



### 语音内容

减肥过度会导致的第一种疾病是神经性厌食症，因为过度的减肥，往往会严格苛刻的控制食物摄入的量 and 食物的种类，久而久之就会造成厌食症的高发。第二种疾病就是脂肪肝，因为在减肥过程当中大量的脂肪被动员出运送到肝脏进行分解，如果减肥的程度过于严重，会让过多的脂肪堆积在肝脏，而造成脂肪肝的高发。第三类的疾病就是抵抗力的下降，因为减肥过度会引起包括蛋白质、维生素、矿物质在内很多营养素的欠缺，对于抵抗力是负面的影响，进而会导致抵抗力下降导致感染性疾病的高发。



¥199  
【轻食大礼包】鸡胸肉即食健身代餐...

淘宝



¥39.9  
芊芊堂代餐汤膳食纤维速食低代餐...

京东



¥489  
芊芊堂代餐套粉饼干低速食...

京东

## 背景

- 体重指数  $BMI = w(\text{kg}) / l^2(\text{m}^2)$ .  $18.5 < BMI < 25$  - 正常;  $BMI > 25$  - 超重;  $BMI > 30$  - 肥胖.
- 多数减肥食品达不到减肥目标, 或不能维持
- 通过控制饮食和适当的运动, 在不伤害身体的前提下, 达到减轻体重并维持下去的目标

## 分析

- 体重变化由体内能量守恒破坏引起
- 饮食 (吸收热量) 引起体重增加
- 代谢和运动 (消耗热量) 引起体重减少

某甲体重100千克，目前每周吸收20000千卡热量，体重维持不变。现欲减肥至75千克。

1) 在不运动的情况下安排一个两阶段计划。

第一阶段：每周减肥1千克，每周吸收热量逐渐减少，直至达到下限（10000千卡）；

第二阶段：每周吸收热量保持下限，减肥达到目标

2) 若要加快进程，第二阶段增加运动，试安排计划。

3) 给出达到目标后维持体重的方案。



1) 体重增加正比于吸收的热量——

每8000千卡增加体重1千克;

2) 代谢引起的体重减少正比于体重——

每周每公斤体重消耗200千卡-320千卡(因人而异),  
相当于70千克的人每天消耗2000千卡-3200千卡;

3) 运动引起的体重减少正比于体重, 且与运动形式有关;

4) 为了安全与健康, 每周体重减少不宜超过1.5  
千克, 每周吸收热量不要小于10000千卡。



$w(k)$  - 第 $k$ 周(末)体重

$c(k)$  - 第 $k$ 周吸收热量

$$w(k+1) = w(k) + \alpha c(k+1) - \beta w(k)$$

$\alpha = 1/8000$  (千克/千卡)      $\beta$  - 代谢消耗系数 (因人而异)

## 1) 不运动情况的两阶段减肥计划

- 确定某甲的代谢消耗系

数  
每周吸收20000千卡      $w=100$ 千克不变

$$\square w = w + \alpha c - \beta w \quad \beta = \frac{\alpha c}{w} = \frac{20000}{8000 \times 100} = 0.025$$

即每周每千克体重消耗  $20000/100=200$ 千卡





# 1) 不运动情况的两阶段减肥计划

- 第一阶段： $w(k)$  每周减1千克， $c(k)$  减至下限10000千卡

$$w(k) - w(k+1) = 1 \quad w(k+1) = w(k) + \alpha c(k+1) - \beta w(k)$$

$$\Rightarrow c(k+1) = \frac{1}{\alpha} [\beta w(k) - 1] \quad w(k) = w(0) - k$$

$$\Rightarrow c(k+1) = \frac{\beta}{\alpha} w(0) - \frac{1}{\alpha} (1 + \beta k) \quad \begin{matrix} \alpha = 1/8000 \\ \beta = 0.025 \end{matrix}$$

$$= 12000 - 200k \geq C_m = 10000 \quad \Rightarrow k \leq 10$$

第一阶段10周，每周减1千克，第10周末体重90千克  
 吸收热量为  $c(k+1) = 12000 - 200k, k = 0, 1, \dots, 9$







# 1) 不运动情况的两阶段减肥计划

- 第二阶段：每周  $c(k)$  保持  $C_m$ ， $w(k)$  减至75千克

基本模型  $w(k+1) = w(k) + \alpha c(k+1) - \beta w(k)$

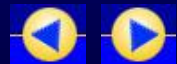
$$\Rightarrow w(k+1) = (1-\beta)w(k) + \alpha C_m$$

$$w(k+n) = (1-\beta)^n w(k) + \alpha C_m [1 + (1-\beta) + \dots + (1-\beta)^{n-1}]$$

$$= (1-\beta)^n \left[ w(k) - \frac{\alpha C_m}{\beta} \right] + \frac{\alpha C_m}{\beta}$$

以  $\beta = 0.025$ ,  $\alpha = \frac{1}{8000}$ ,  $C_m = 10000$  代入得

$$w(k+n) = 0.975^n [w(k) - 50] + 50$$





- 第二阶段：每周  $c(k)$  保持  $C_m$ ， $w(k)$  减至75千克

$$w(k+n) = 0.975^n [w(k) - 50] + 50$$

已知  $w(k) = 90$ ，要求  $w(k+n) = 75$ ，求  $n$

$$75 = 0.975^n (90 - 50) + 50$$

$$n = \frac{\lg(25/40)}{\lg 0.975} = 19$$

第二阶段19周，每周吸收热量保持10000千卡，体重按

$$w(n) = 40 \times 0.975^n + 50 \quad (n = 1, 2, \dots, 19)$$

减少至75千克。







## 2) 第二阶段增加运动的减肥计划

根据资料每小时每千克体重消耗的热量  $\gamma$  (千卡):

跑步	跳舞	乒乓	自行车(中速)	游泳(50米/分)
7.0	3.0	4.4	2.5	7.9

基本模型

$$w(k+1) = w(k) + \alpha c(k+1) - (\beta + \alpha \gamma t) w(k)$$

$t$ ~每周运动时间(小时)

取  $\alpha \gamma t = 0.003$ , 即  $\gamma t = 24$      $\beta (= 0.025) \rightarrow \beta' = \beta + \alpha \gamma t (= 0.028)$

$$w(k+n) = (1 - \beta')^n \left[ w(k) - \frac{\alpha C_m}{\beta'} \right] + \frac{\alpha C_m}{\beta'}$$

$$75 = 0.972^n (90 - 44.6) + 44.6 \quad \Rightarrow \quad n = 14$$

运动  $\gamma t = 24$  (每周跳舞8小时或自行车10小时), 14周即可。





### 3) 达到目标体重75千克后维持不变的方案

每周吸收热量 $c(k)$ 保持某常数 $C$ , 使体重 $w$ 不变

$$w(k+1) = w(k) + \alpha c(k+1) - (\beta + \alpha \gamma t) w(k)$$

$$\Leftrightarrow w = w + \alpha C - (\beta + \alpha \gamma t) w \quad \Leftrightarrow C = \frac{(\beta + \alpha \gamma t) w}{\alpha}$$

- 不运动  $C = 8000 \times 0.025 \times 75 = 15000$  (千卡)
- 运动(内容同前)  $C = 8000 \times 0.028 \times 75 = 16800$  (千卡)



管住嘴，迈开腿，  
少吃糖，多喝水。  
食要全，量要控，  
多劳作，健康回！



## 问题：试建立微分方程模型讨论减肥问题

假设：(1) 人每天吸收的能量为固定数 $A$ 千卡；

(2) 单位时间里，人体内用于基础代谢和体内特殊动力消耗的能量正比于人的体重，比例系数为 $b$ ；

(3) 从事某项运动（活动）在单位时间里消耗的能量正比于体重。单位时间每千克体重消耗的能量为 $r$ ；

(4) 体重 $w(t)$ 是时间 $t$ 的连续可导函数；

我们以“天”为时间单位。 $\alpha = 1/8000$  (千克/千卡)





$$[w(t + \Delta t) - w(t)] = [A - bw(t) - rw(t)]\Delta t \cdot \alpha$$

$$\frac{dw}{dt} = A_1 - B_1 w(t); \quad w(0) = w_0$$
$$A_1 = A\alpha, \quad B_1 = (b + r)\alpha$$

$$w(t) = \frac{A_1}{B_1} - e^{-B_1 t} \frac{A_1 - B_1 w_0}{B_1}$$

