



中国人口发展问题 的数学建模

数理学院 江新华



目录



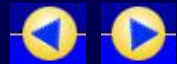
- 为什么研究人口问题
- 按年龄和性别分组的人口模型：基本假设和模型
- 人口发展前景预测
- 进一步研究课题





为什么研究中国人口问题

- 中国是一个人口大国。“人口过剩”？
- 新闻媒体宣传：“老龄化”、“越南新娘”、“上学难”、“看病难”……这些问题背后的玄机？
- 延迟退休？
- 计划生育政策该终结？全面放开“二胎”政策吗？





已经研究过的人口模型

指数增长模型——马尔萨斯模型 (1798)

基本假设：人口(相对)增长率 r 是常数

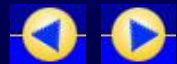
$x(t)$ ~时刻 t 的人口 $\frac{dx}{dt} = rx, x(0) = x_0$

$$x(t) = x_0 e^{rt}$$

连续形式的阻滞增长模型 (Logistic模型)

$$\dot{x}(t) = rx\left(1 - \frac{x}{N}\right)$$

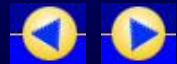
$t \rightarrow \infty, x \rightarrow N$, N 是环境资源能容纳的最大人口数



上述模型的不足



- 把人口数作为整体研究，没有体现出年龄结构、性别结构
- 无法对“老龄化”、“上学难”、“看病难”等问题提供参考意见
- 可能的改进方向：参考人口统计数据，建立新的模型，建立按年龄分组的人口模型





建立模型需要考虑的因素

- 现阶段不同年龄男女的人口分布
- 不同年龄男女的死亡情况（死亡率）
- 新生儿出生率
- 生育模式；（育龄妇女）人均生育数
- 乡村、镇、城市的不同

为简单起见，暂不考虑乡村、镇、城市的不同！



人口发展方程

- 年龄分布对于人口预测的重要性
- 只考虑自然出生与死亡，不计迁移



$F(r, t) \sim$ 人口分布函数 (年龄 $< r$ 的人口)

$p(r, t) \sim$ 人口密度函数 $N(t) \sim$ 人口总数

$r_m (\rightarrow \infty) \sim$ 最高年龄

$$F(0, t) = 0, F(r_m, t) = N(t)$$

$$p(r, t) = \frac{\partial F}{\partial r}$$

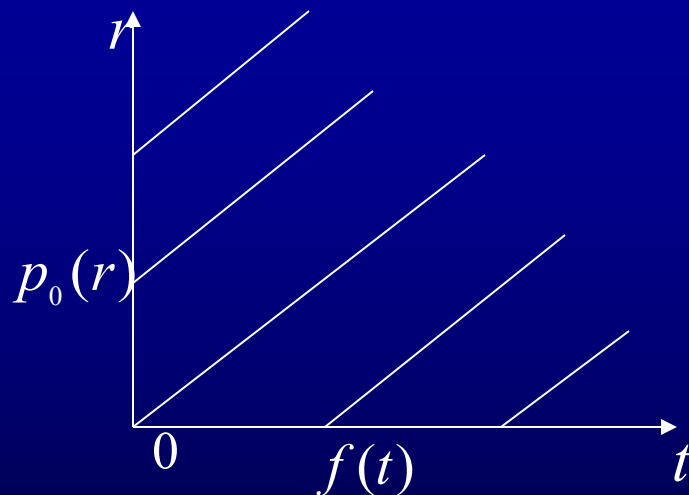
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial t} = -\mu(r, t)p(r, t) \\ p(r, 0) = p_0(r), \quad r \geq 0 \\ p(0, t) = f(t), \quad t \geq 0 \end{array} \right.$$

~已知函数（人口调查）

~生育率（控制人口手段）

$$p_0(0) = f(0)$$

-----相容性条件



一阶偏微分方程的
半无界问题

人口发展方程

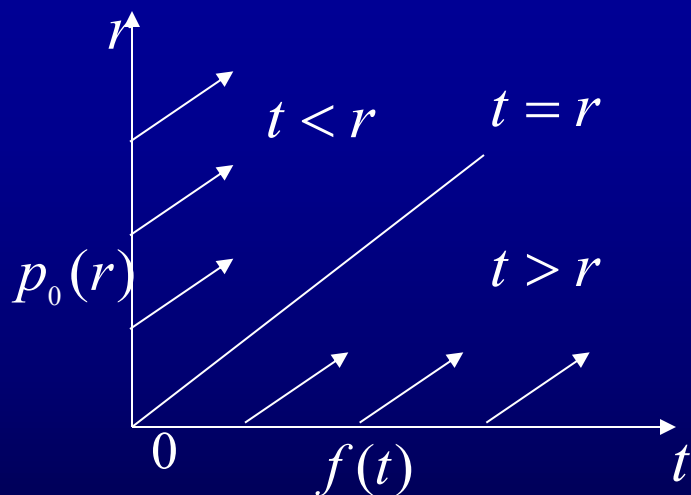


$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial t} = -\mu(r, t)p(r, t) \\ p(r, 0) = p_0(r), \quad r \geq 0 \\ p(0, t) = f(t), \quad t \geq 0 \end{cases}$$

~已知函数（人口调查）

~生育率（控制人口手段）

$$\mu(r, t) = \mu(r) \quad \square \Rightarrow \quad p(r, t) = \begin{cases} p_0(r-t)e^{-\int_{r-t}^r \mu(s) ds}, & 0 \leq t \leq r \\ f(t-r)e^{-\int_0^r \mu(s) ds}, & t > r \end{cases}$$



$$F(r, t) = \int_0^r p(s, t) ds$$

$$N(t) = \int_0^{r_m} p(s, t) ds$$





模型优缺点

• 优点

考虑了年龄分布及死亡率、出生率对人口的影响；模型表达简介；

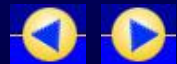
• 缺点

人口数据是离散形式的；不一定适合用一个解析函数表示；

男、女有别；新生儿出生情况主要看育龄妇女的人数；

地区差别：城、镇、乡村（医疗、卫生、教育水平、生育意识等）

。改进方向：离散化；差分方程（组）模型

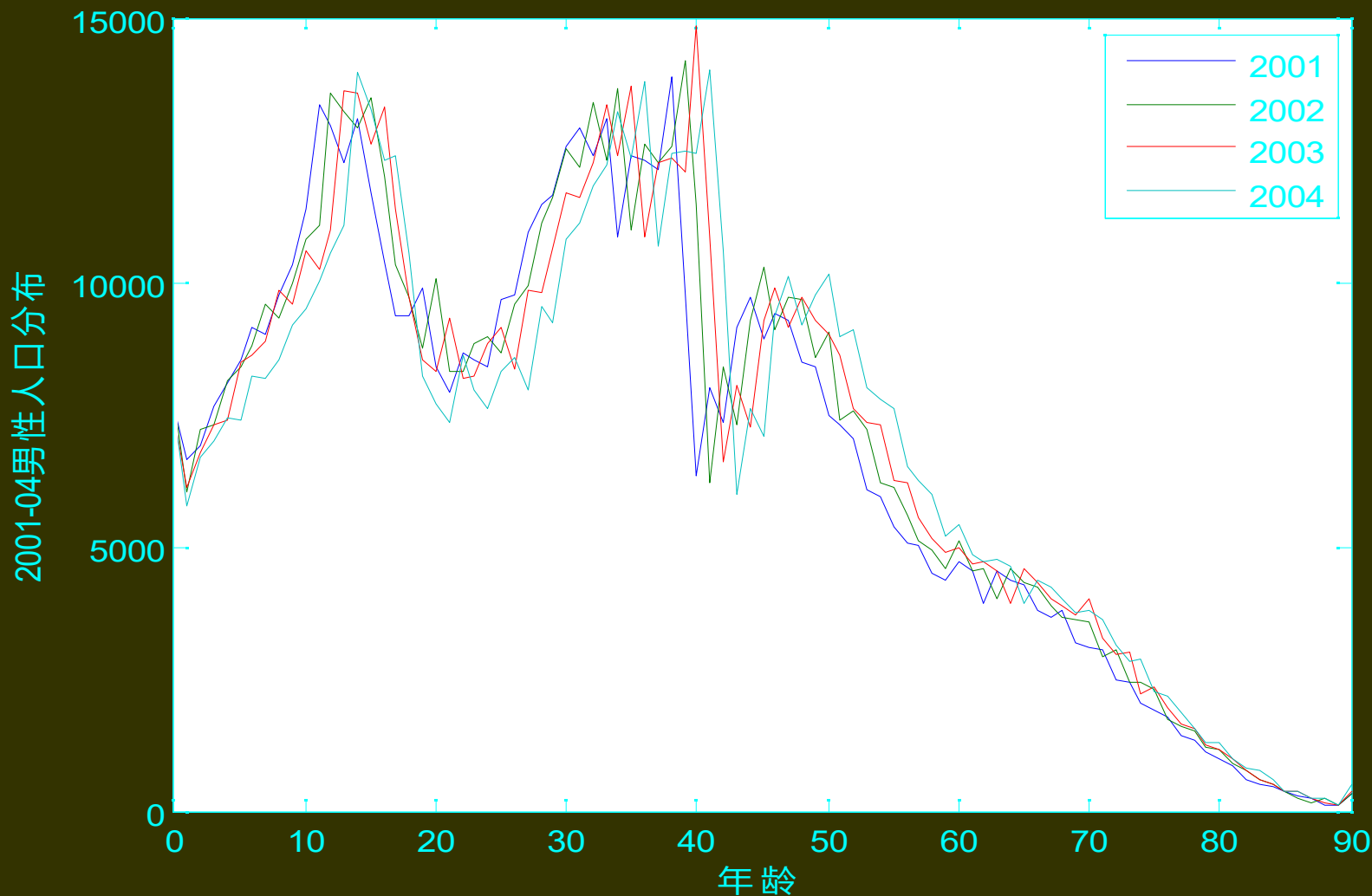


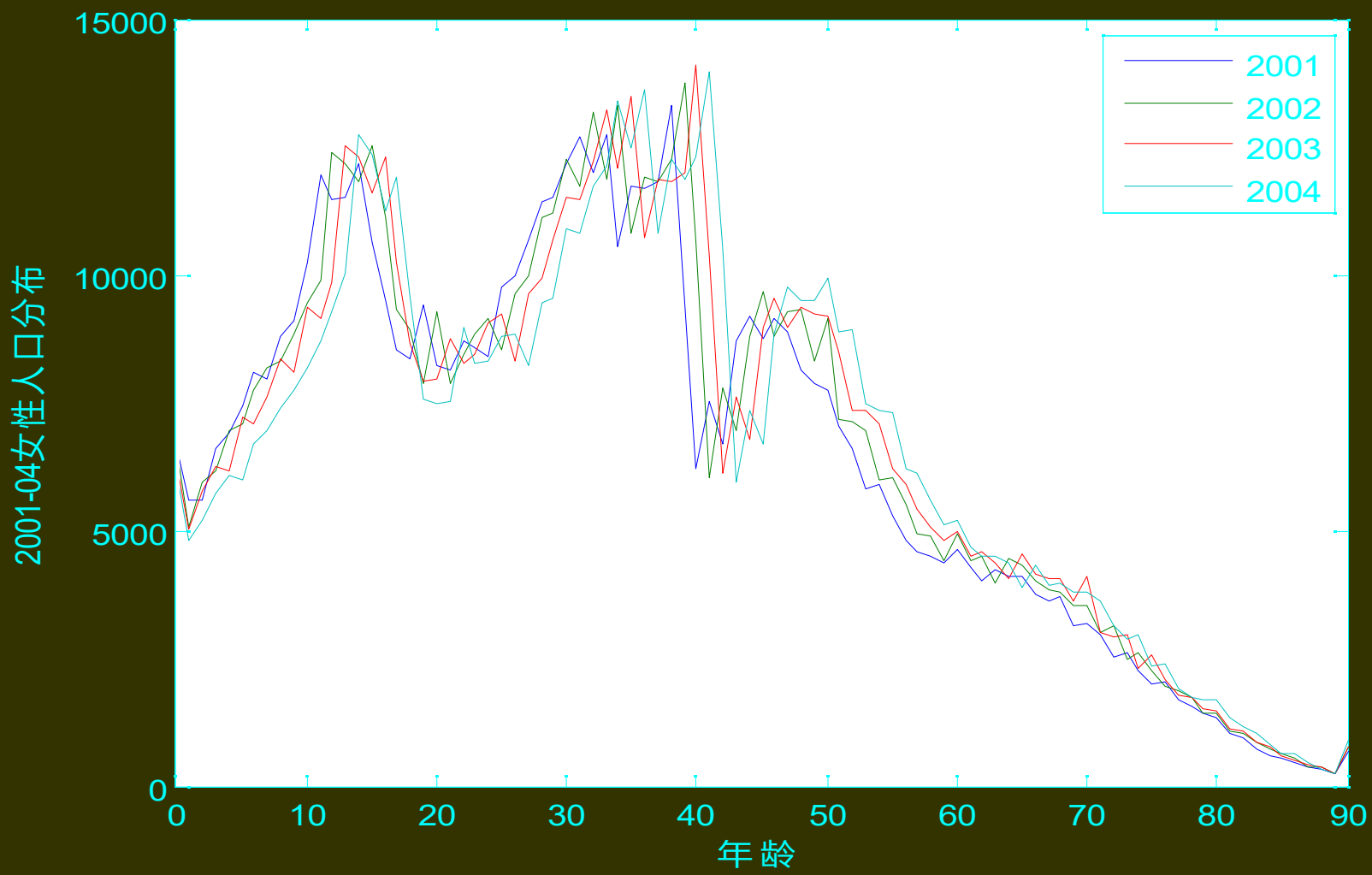
基本数据资料分析

根据《中国人口统计年鉴》提供的千分之一抽查数据，整理可得2001-2004年的人口数

年份	2001	2002	2003	2004
人口总数	1220559	1258951	1260498	1253065
男性人口数	622876	642754	643400	637168
女性人口数	587683	616197	617098	615897

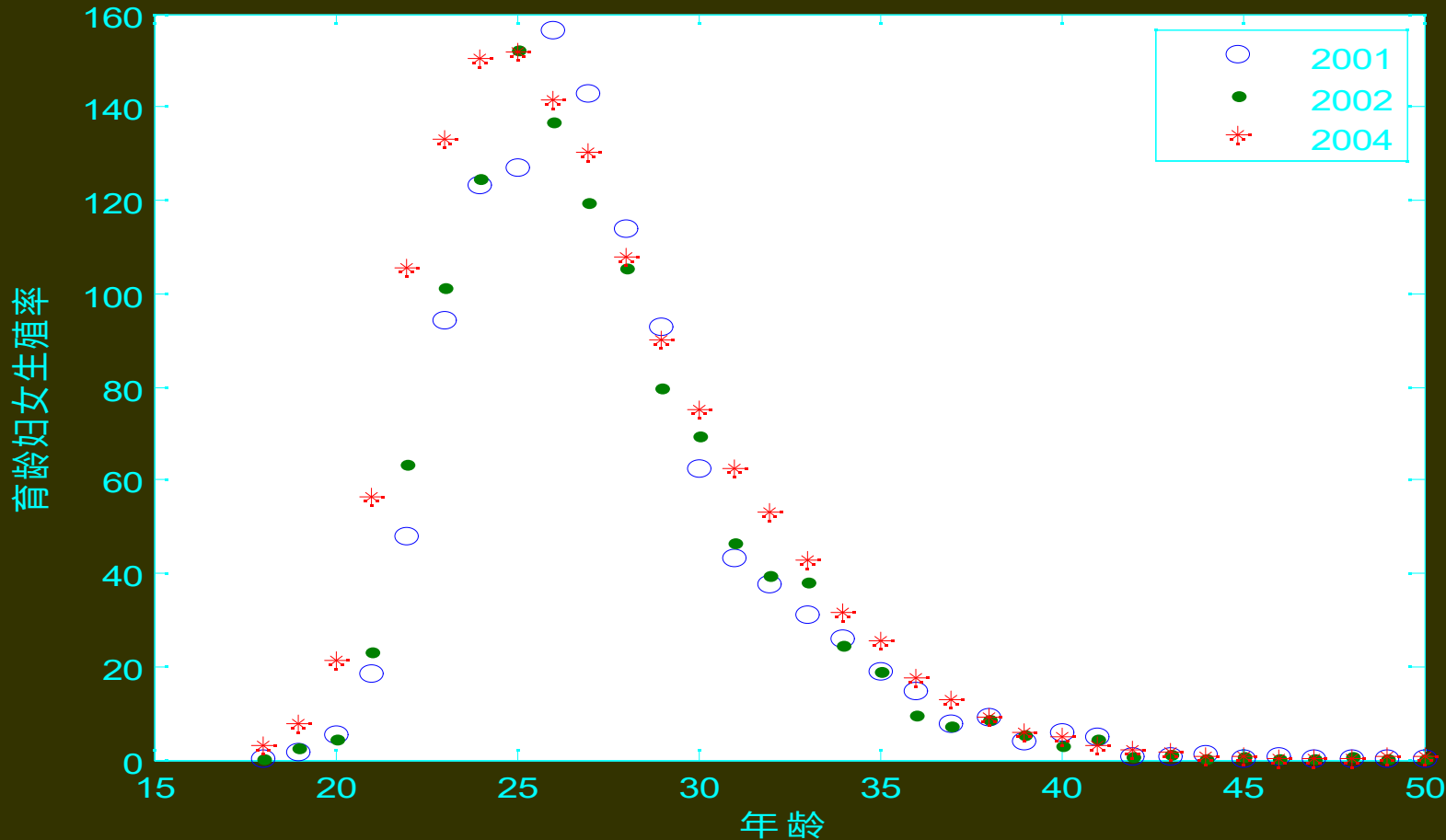
2001抽查人口数详细数据





(因“非典”的原因，2003年统计数据异常)

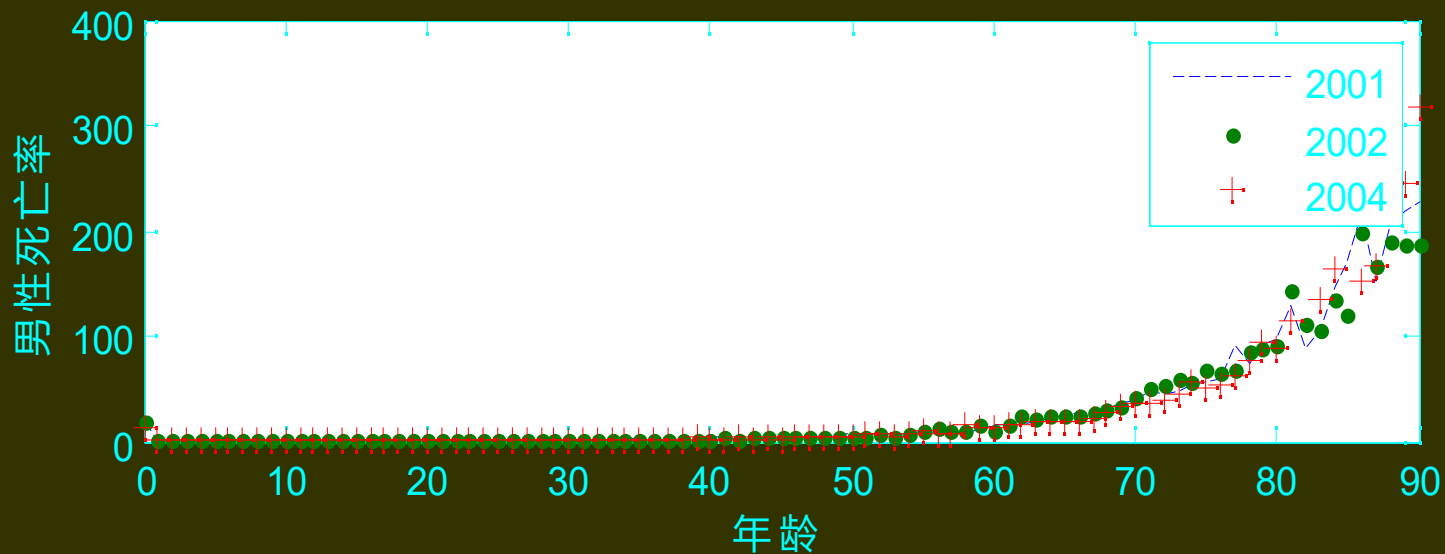
2001,02,04育龄妇女生殖率分布



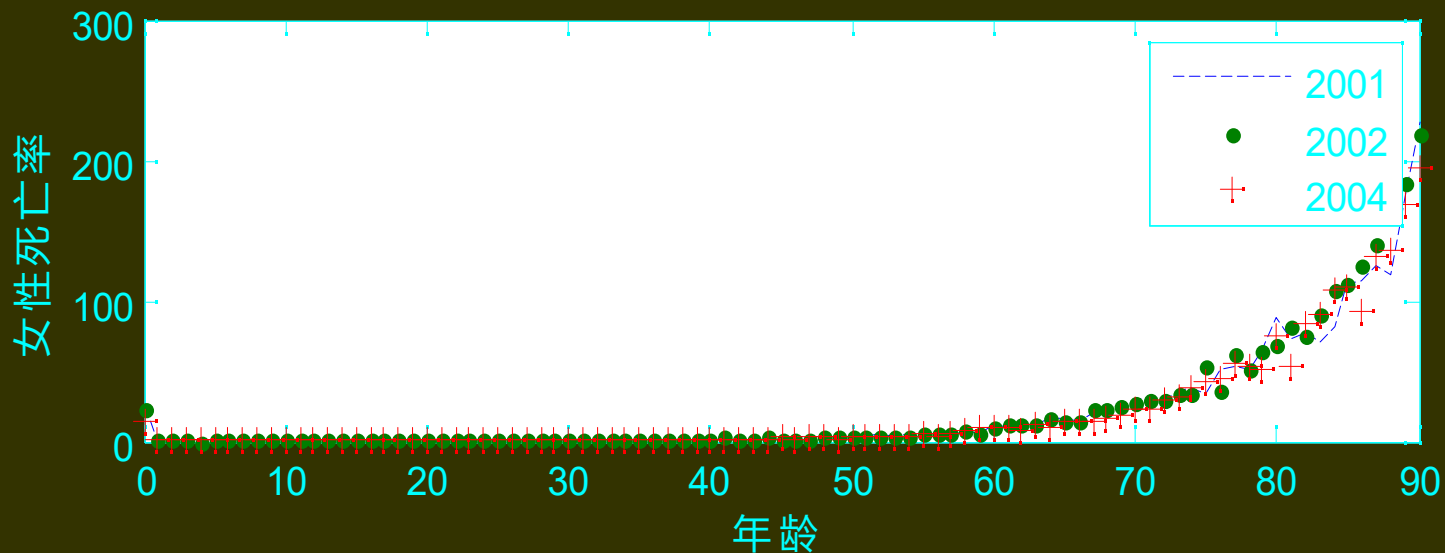
2001,2002,2004年女性总和生育率分别为1195.7‰、1194.1‰和1452.7‰



2001,02,04男性死亡率分布



2001,02,04女性死亡率分布





年代	市男女出生比例	镇男女出生比例	乡男女出生比例
1994	114.52	124.3	116.15
1995	111.92	115.6	117.75
1996	111.68	111.7	117.7
1997	108.81	125.9	118.85
1998	110.68	108.7	119.98
1999	110.27	118.4	122.03
2000	113.00	116.3	119.3
2001	109.28	116	117.59
2002	111.37	123.1	122.11
2003	112.06	111	120.9
2004	114.44	126.9	122.21

均值为116.47，即新生儿男、女比例为0.538:0.462.



基本假设

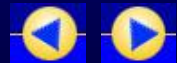
1. 忽略人口迁移的因素—这部分人数相对很少
2. 未来几十年社会相对稳定，没有大的战争、自然灾害、不可控流行性致死疾病；死亡率只与年龄有关
3. 在考虑的时间段内，计划生育政策、生育模式不变
4. 新生儿男女性别比维持不变



一些记号

- 种群按年龄大小等分为91个年龄组，记 $i=0,1,2,\dots,90$
- 时间离散为时段，长度与年龄组区间相等，记 $j=1,2,\dots$

$pm(i, j)$	第 <i>i</i> 年年龄为 <i>j</i> 的男性人数
$pf(i, j)$	第 <i>i</i> 年年龄为 <i>j</i> 的女性人数
$sm(i)$	年龄为 <i>i</i> 的男性存活率
$sf(i)$	年龄为 <i>i</i> 的女性存活率
$b(i)$	年龄为 <i>i</i> 的女性的生育率
bm	新生儿男性所占比例
bf	新生儿女性所占比例



按年龄分组的人口模型



引入关于生育数修正因子 α (先设为1.0)

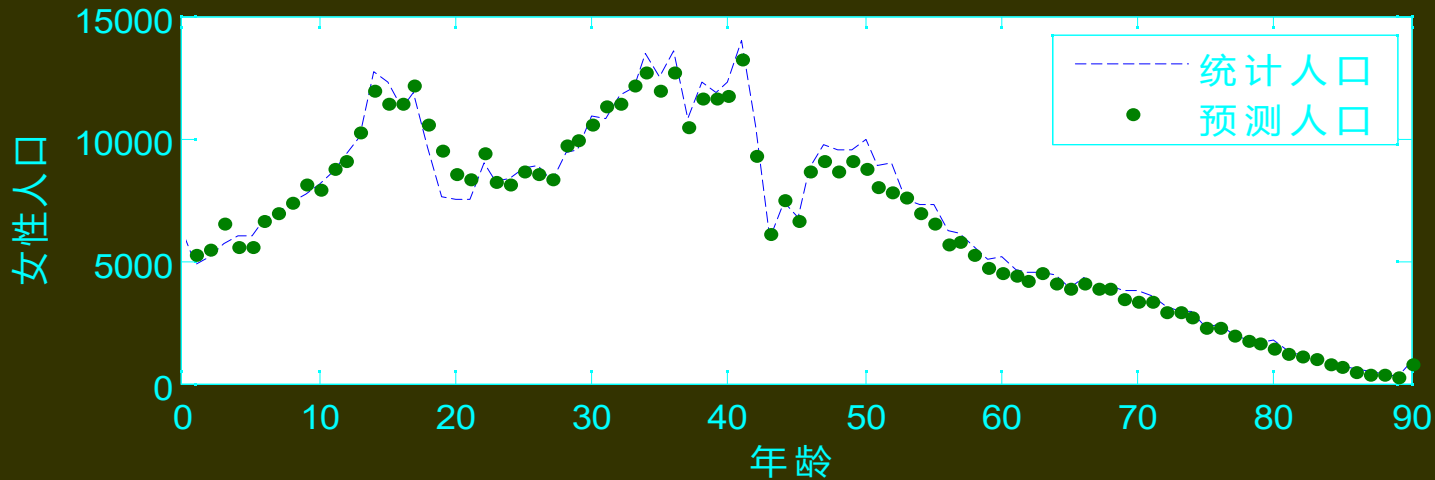
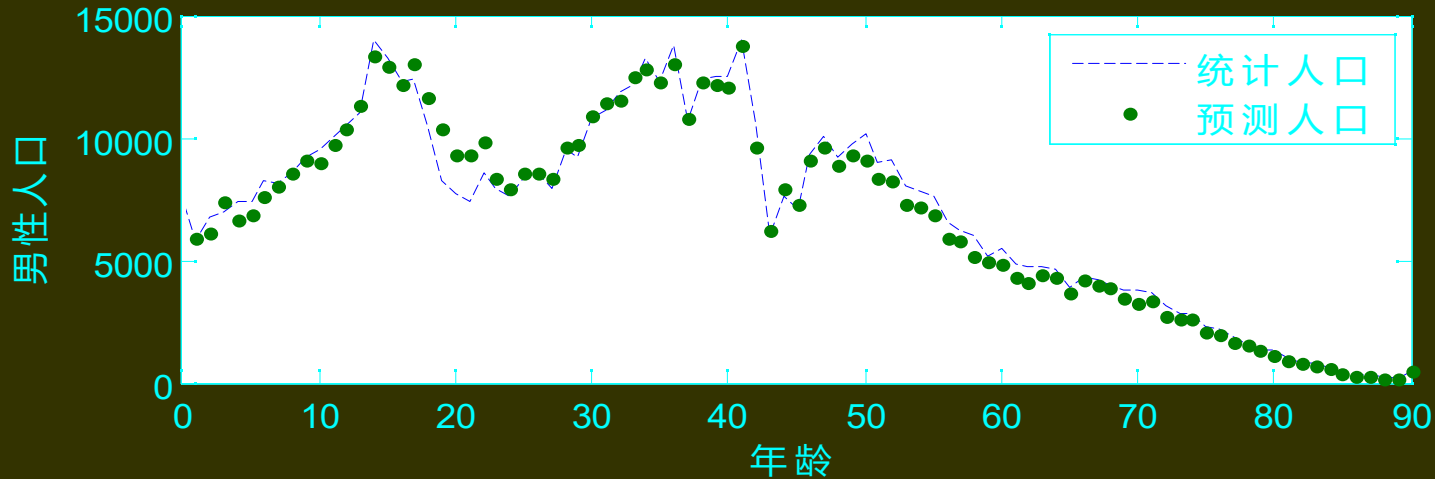
$$\left\{ \begin{array}{l} pm(0, j+1) = sm(0) \cdot bm \cdot \alpha \sum_{i=1}^{r_m} b(i) pf(i, j) \\ pm(i+1, j+1) = sm(i) \cdot pm(i, j) \quad (i = 1, 2, \dots, 90) \\ pf(0, j+1) = sf(0) \cdot bf \cdot \alpha \sum_{i=1}^{r_m} b(i) pf(i, j) \\ pf(i+1, j+1) = sf(i) \cdot pf(i, j) \quad (i = 1, 2, \dots, 90) \end{array} \right.$$

(以2001年数据为初值, 用MATLAB编程计算)

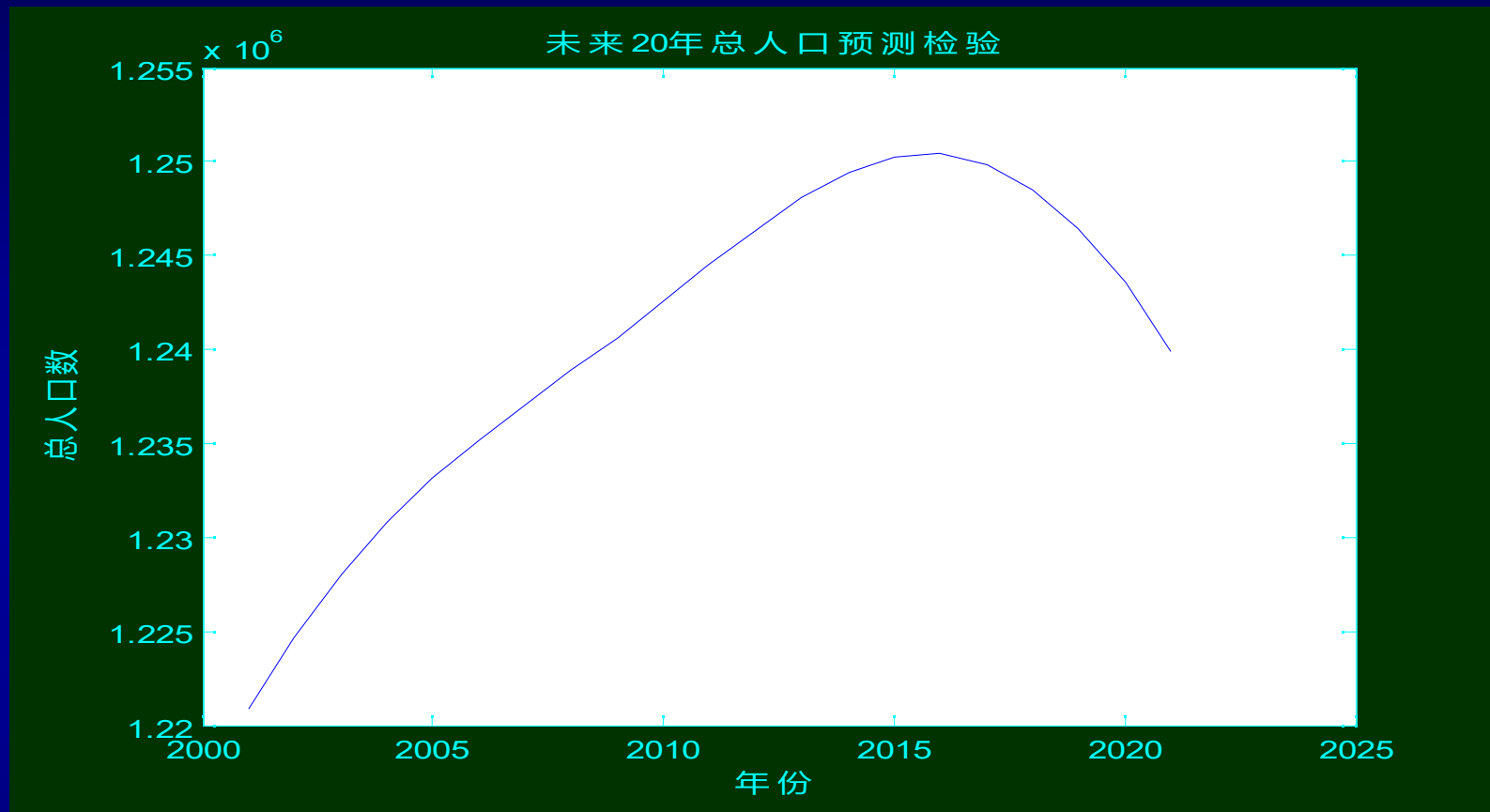


计算结果分析与模型检验

2004年统计人口与预测人口比较



计算结果分析与模型检验



我国总人口数将在2015年达到最高峰（约12.5亿），这显然是不合适的！



计算结果分析与模型检验



80年代前后出生的大批独生子女已经进入生育期，他们可以享受更宽松的生育政策。广大农村地区二胎以上很常见。

国家全面放开二胎政策。生育模式已经开始发生变化。

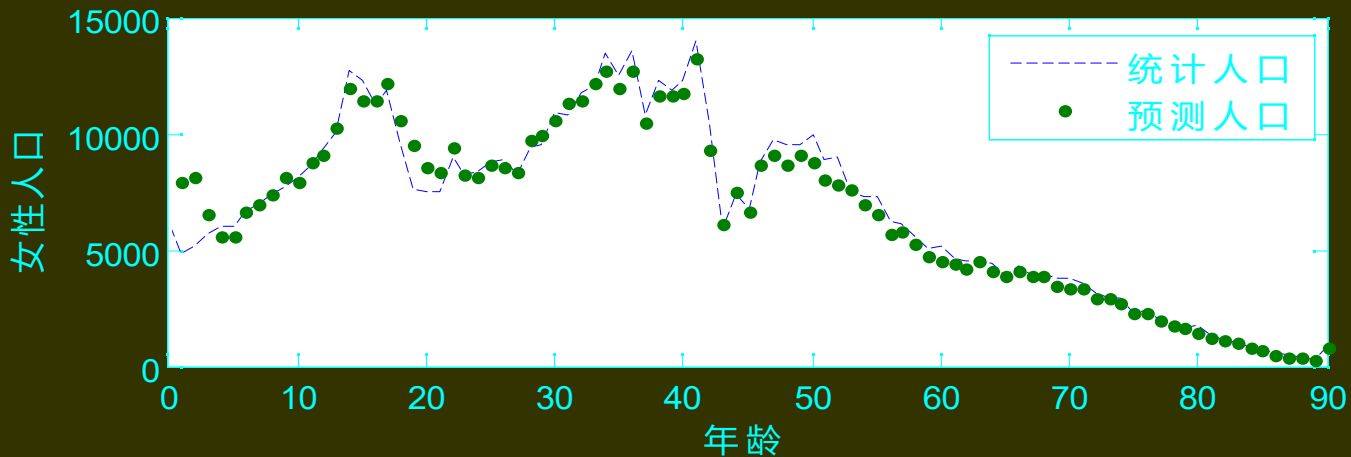
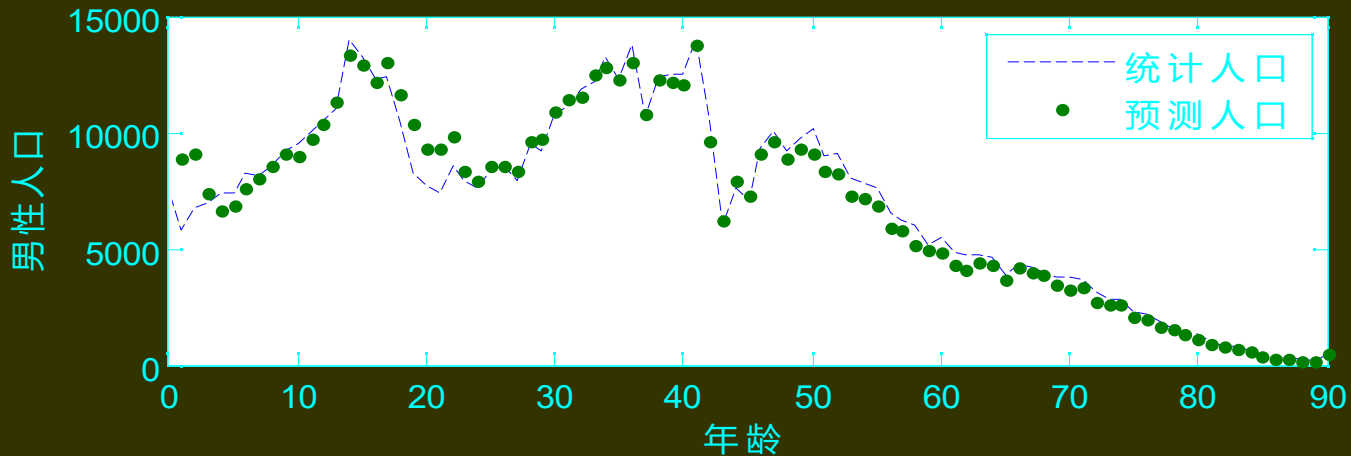
将生育数修正因子设为1.5后，重新计算并检验。



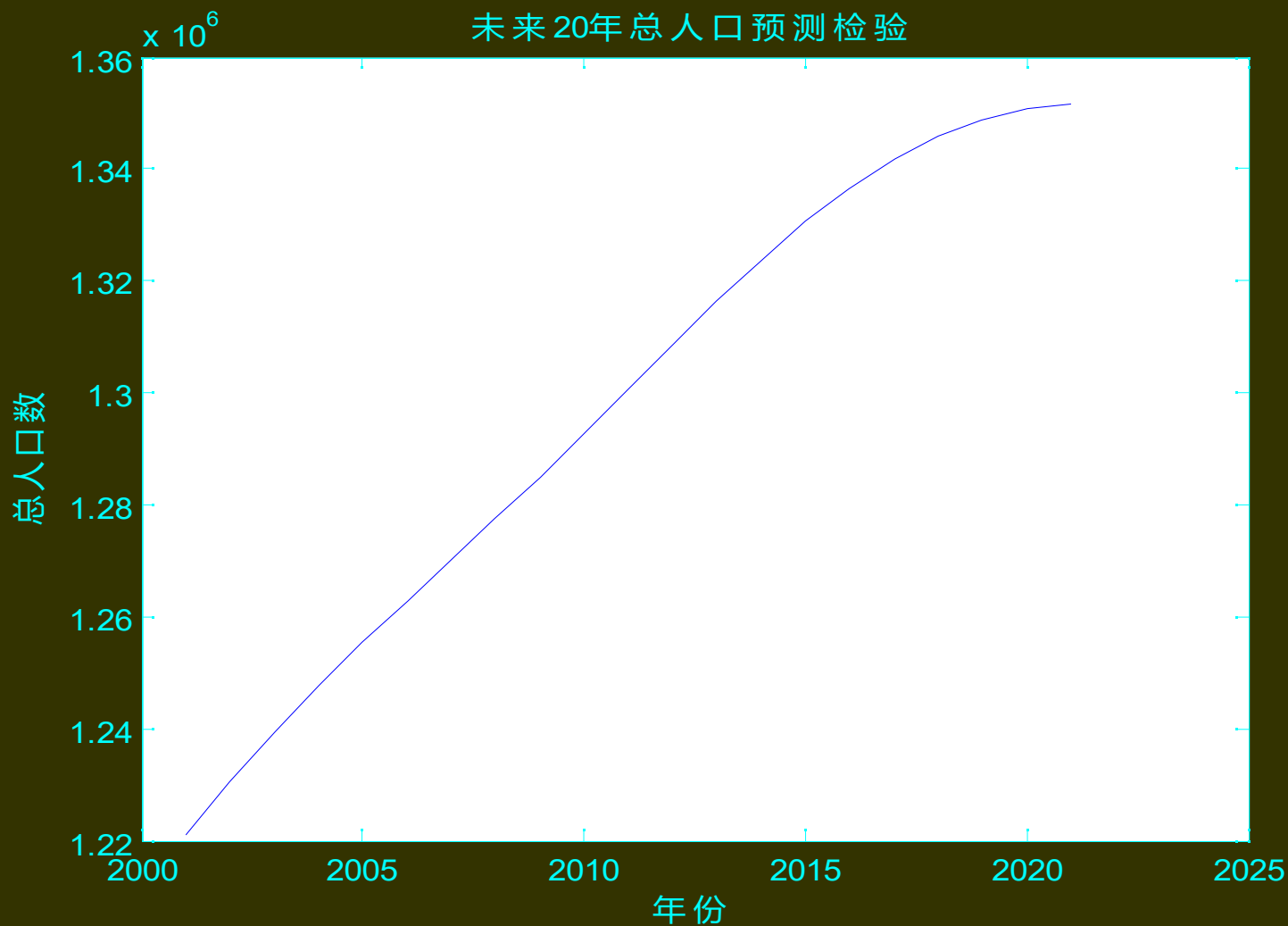
计算结果分析与模型检验



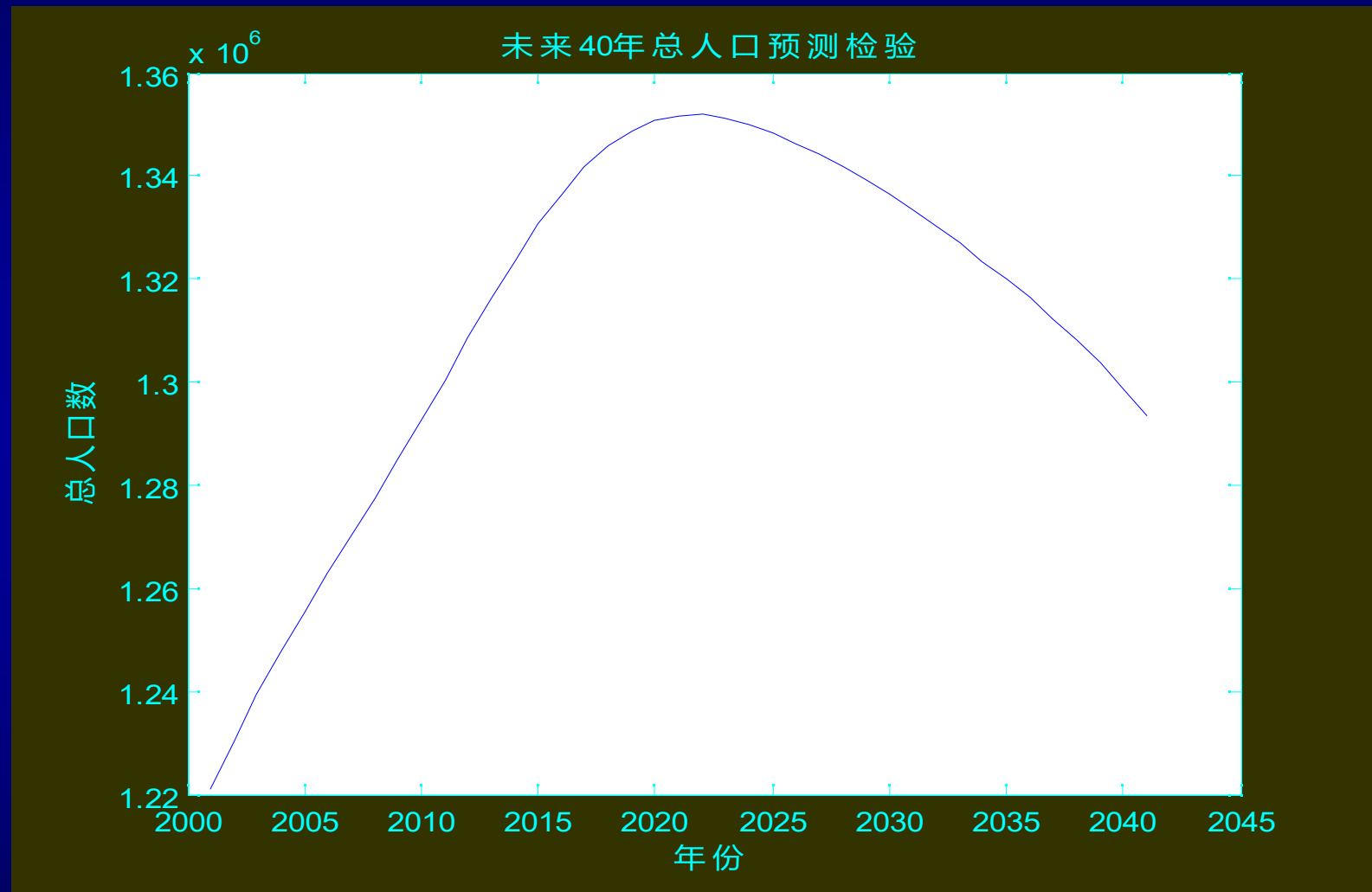
2004年统计人口与预测人口比较



计算结果分析与模型检验



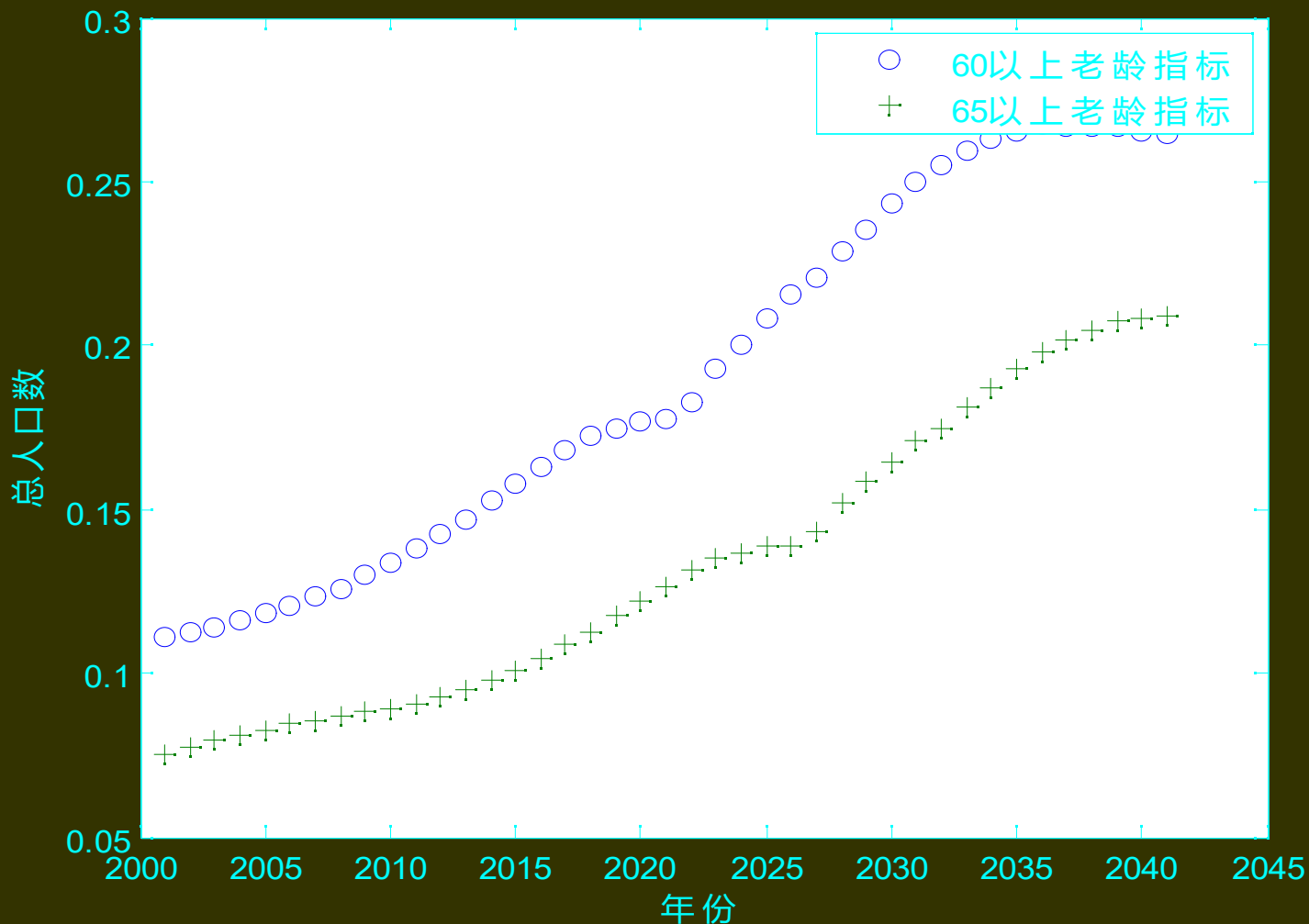
人口发展前景预测-总人数



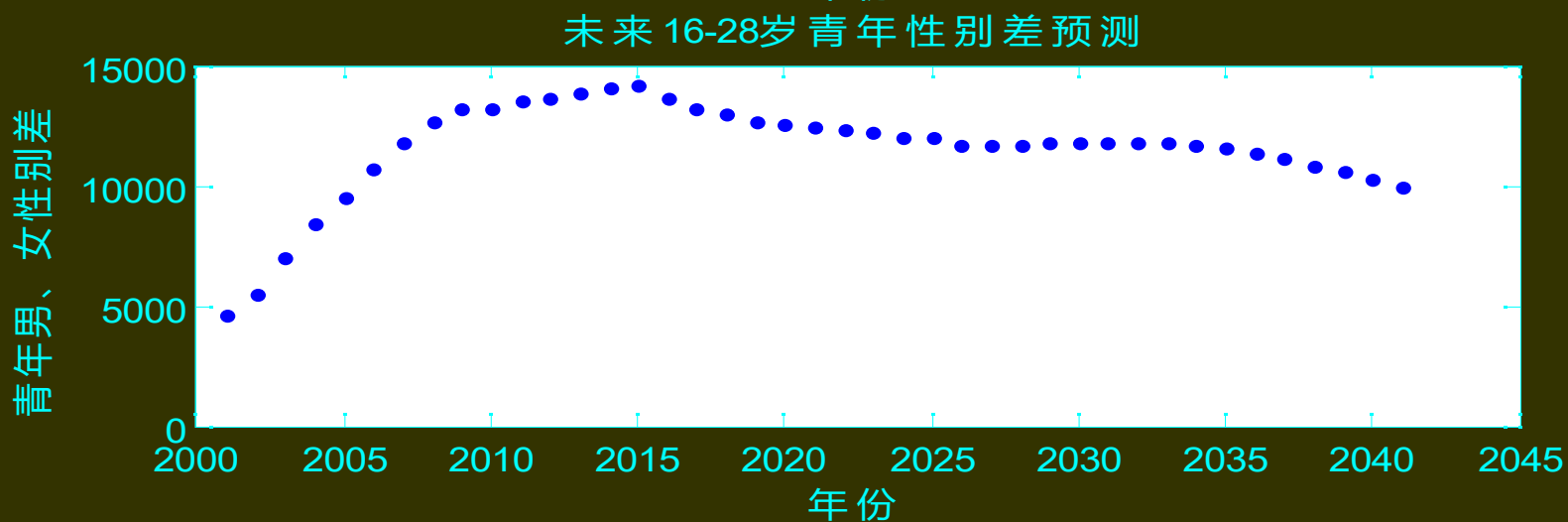
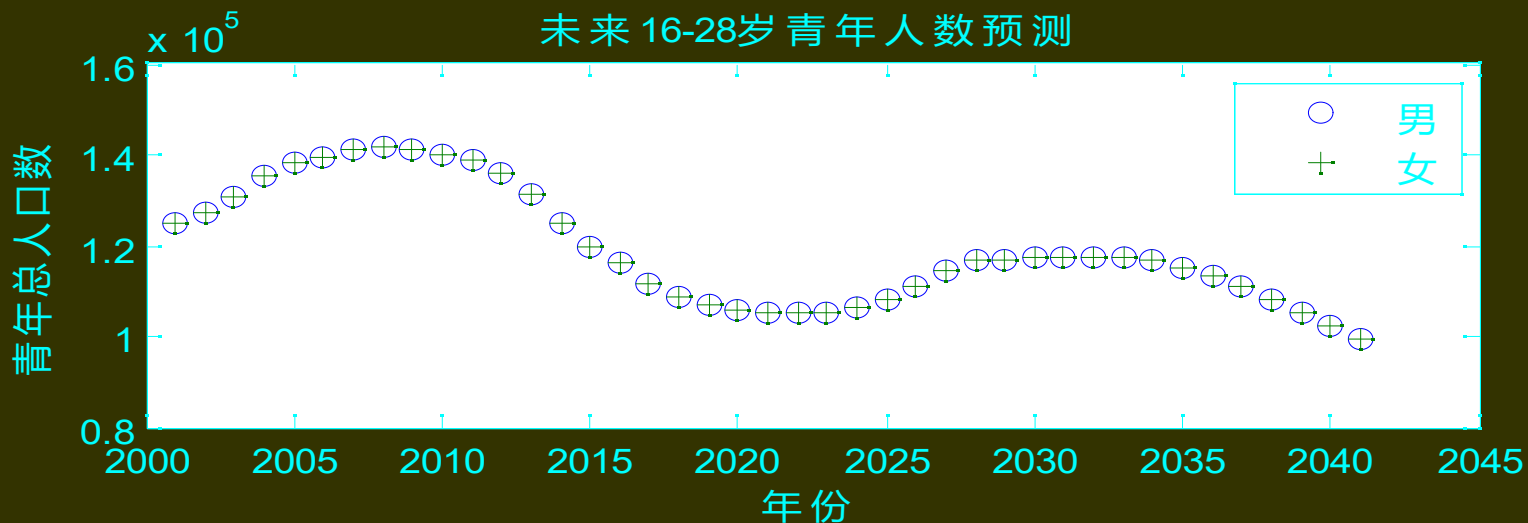
人口发展前景预测--老龄化



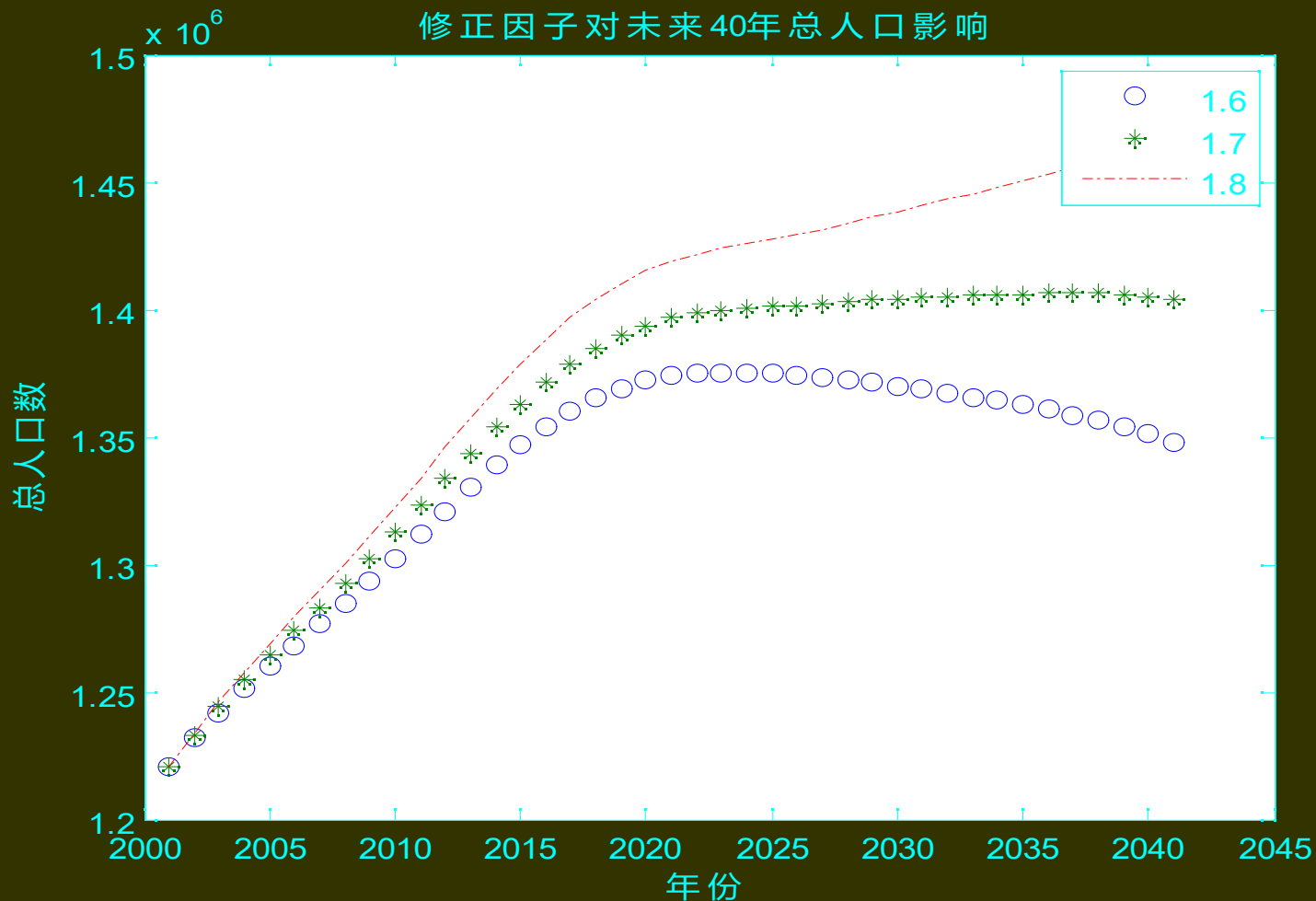
未来40年老龄化指标预测



人口发展前景预测—青年人



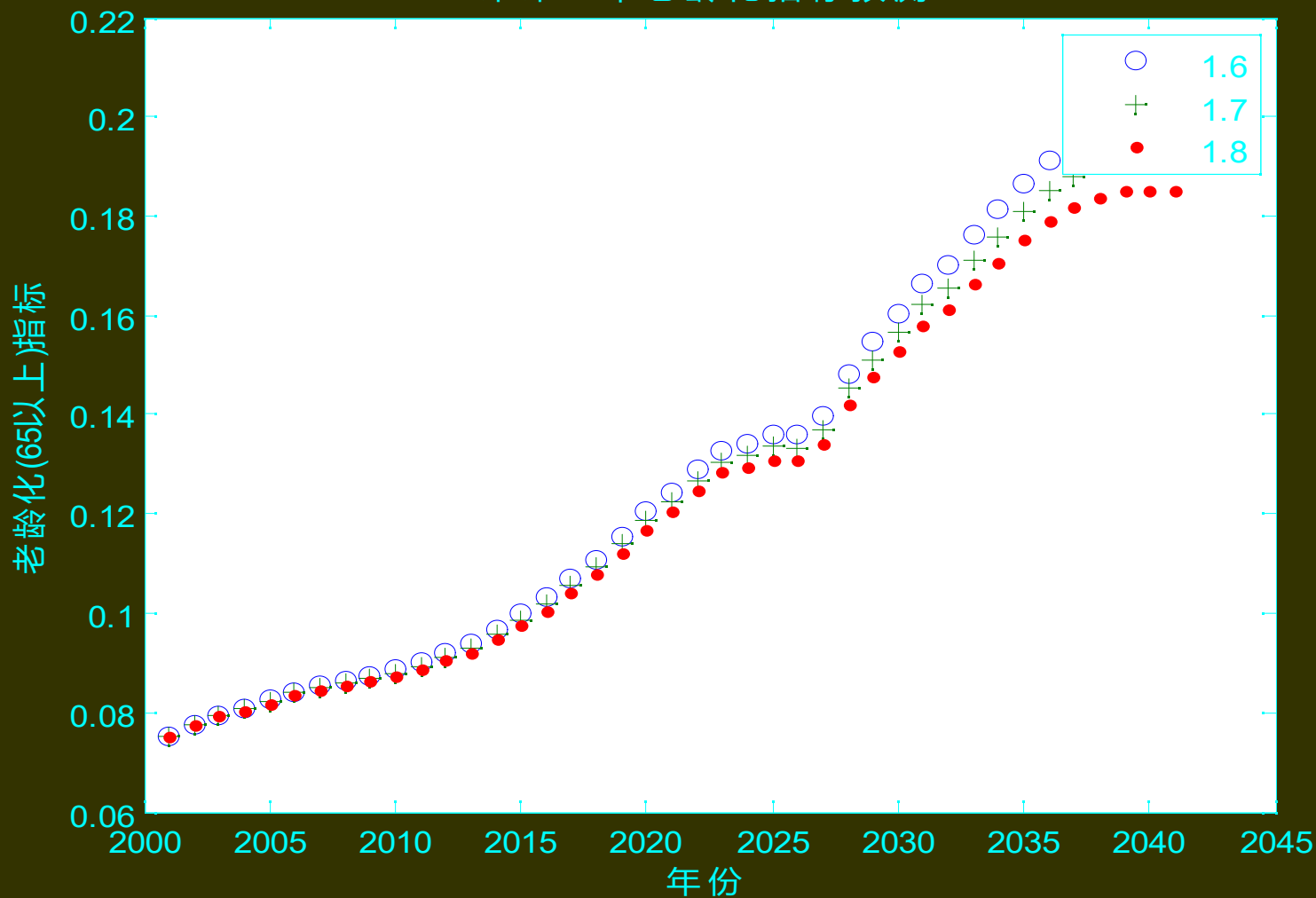
人口发展前景预测—灵敏性分析



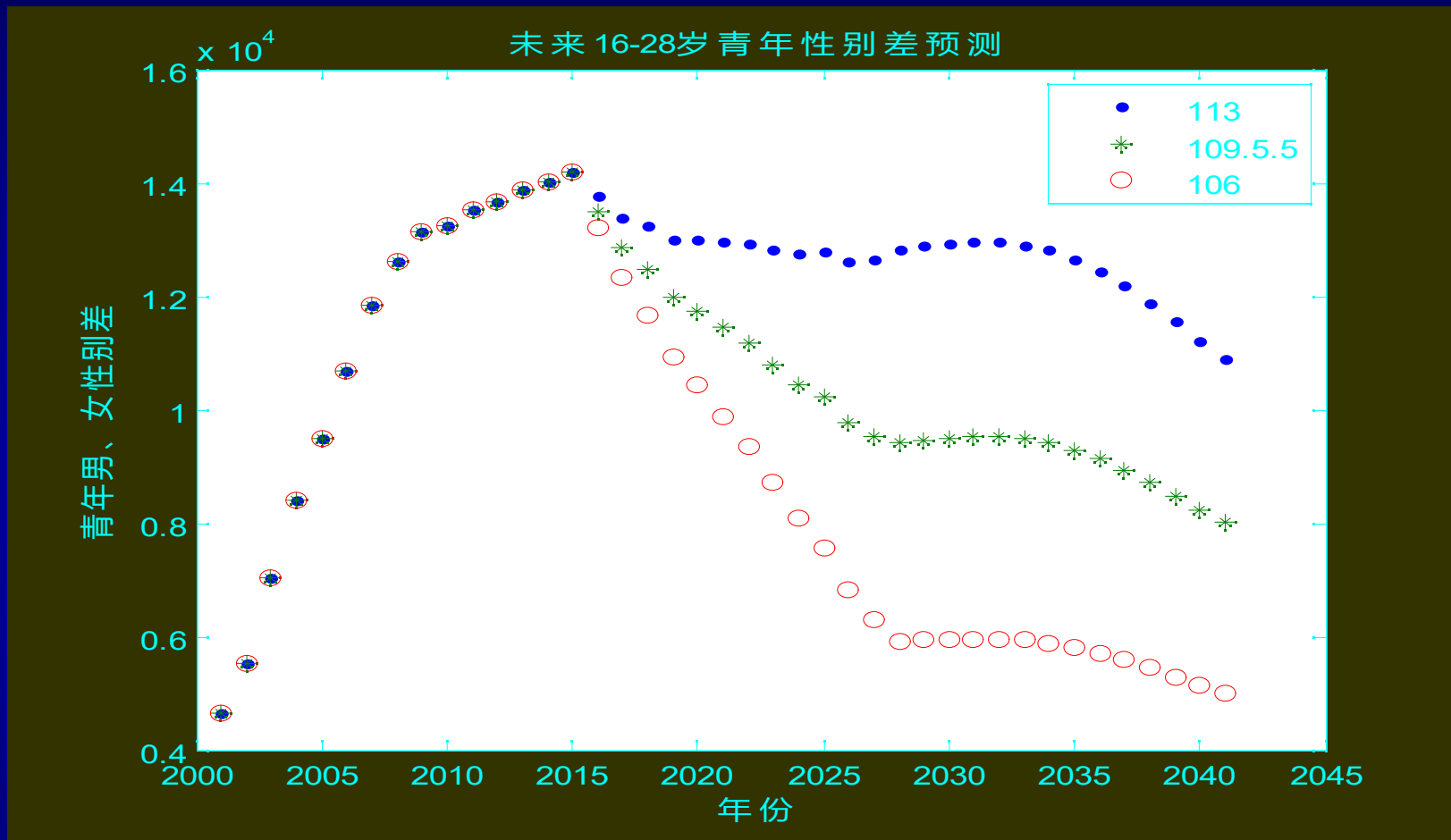
人口发展前景预测—灵敏性分析



未来40年老龄化指标预测



人口发展前景预测



计算结果显示：降低婴儿出生性别比将会有效减小未来男、女青年的数量差，使男、女青年的数量趋于自然的平衡。



几点结论



- 老龄化指标将逐渐加重
- 为减低未来的老龄化影响，可以适当放开计划生育政策；在低生育率的情况下，为保证民族繁荣昌盛，国家应该制定相关政策，鼓励生育；
- 2015年前后，青年男性人口相对青年女性人口过剩严重，必将导致严重的社会问题；政府应该做好多方面的宣传和准备。
- 为减小青年男女性别差，政府应该大力宣传男女平等的观念(特别在乡镇地区)，并从政策和经济上改善乡镇居民的养老问题、就医问题
- 从长远来看，还要加强农村地区的文化素质教育





进一步研究的课题

- 生育模式变化对未来青壮年劳动力的抚养比（指人口总体中非劳动年龄人口数与劳动年龄人口数之比）的影响。
- 区分城、镇、乡，考虑乡村城镇化对人口发展的影响
- 人口分布对医疗、学校（含幼儿园）设置的影响
- 人口分布对就业的影响（如老年关怀师、老人院）
- 考虑如北京市含有大量流动人口对城市医疗、教育设施、社会安全的影响。

